INSTRUCCIONES PARA RECUPERAR PLÁSTICA DE 2º ESO EN SEPTIEMBRE.

CURSO 2016 -17

En septiembre se hará un examen de todo lo que se ha dado durante el curso.

No habrá entrega de láminas, por lo que, hay que mirar con cuidado todos los documentos colgados.

El **70%** del examen será del temario de **geometría**, y el **30%** restante, se hará de los siguientes temas:

1. **Visual Communication**
2. **Color.**

¿Qué hay que estudiar en cada parte?

En geometría se debe estudiar tan solo las preguntas que están subrayadas.

En Comunicación Visual, hay que estudiar sobre todo lo que es un análisis objetivo y subjetivo de una imagen (objective and subjective analysis).

En Colour, hay que saber la diferencia entre colores luz y colores pigmento. Todo el círculo cromático que vimos en clase, es decir: colores primarios, secundarios, terciarios, complementarios, fríos y cálidos, de los colores pigmento, para llegar a los grises cromáticos.

Para el examen hay que traer el siguiente material:

- Escuadra, cartabón y regla numerada
- Compás
- Portaminas, con minas de repuesto, o lápiz, con sacapuntas
- Goma de borrar
- Bolígrafo

No habrá preguntas de tipo test, en geometría se tendrán que resolver los ejercicios planteados. Y en el resto de temas, las preguntas serán de desarrollo.

Si no se trae el material, no se podrá hacer la parte de geometría, pues el material es imprescindible para resolver todos los ejercicios.

Eso es todo. Ánimo con el estudio pues, todo lo hemos visto en clase y se ha repetido mucho. Feliz verano!

UNIT 1. VISUAL COMMUNICATION

VISUAL COMMUNICATION

Images that transmit different messages

How do we share our ideas, emotion and knowledge to other people? Through speech, sounds, gestures, the written word, symbols and images.

Examples: tv: use sound and images

Books or press: use images combined with the written word

Anime: animation and sounds

Manga: images and the written word

What are the visual languages? Visual languages use universal images that people from different countries, cultures and societies can understand. In the mean time, visual languages transmit different messages as photography , film, tv, comics, cartoons…

Thanks to the internet, new languages have been created through computer artist that combine animation and sounds

VISUAL PERCEPTION OF IMAGES

Sense: tell us the world around us

We receive light impulses with our eyes which are transformed into images in our brain

Image: the visible appearance of a person, object or thing, represented by an expressive form of art

Thanks to visual images, we can understand a variety of messages and information through their shapes, colours and textures

Parts of an image, or components

In order to understand an image, we must know its basic components (visual elements that make up an image, its meaning, materials and techniques used to create it.

- Visual elements
- Meaning
- Materials and techniques

- Visual elements: parts of an image (dots, lines, colours, textures, spatial order and composition)
- Meaning: use our knowledge, ideas or feelings to decipher the meaning of the image
- Materials and techniques: analyses the materials used to create the image (pigments, papers, plastics, fabrics…) and techniques as well (drawing, painting, photography, computer technology…)

TYPES OF IMAGES

Our perception of an image is influenced by:

- what it represents
- where the ideas have come from
- what type of frame or support is used to display it
- whether the image moves or is still

Don't forget that an image can be classify with different characteristics at the same time. For example, a single CGI (computer- generated image) of a landscape, can be described as realistic, still and digital

Visual or artistic images:

What we see with our sense of sight when we look directly at a person, a view or an object

Representative or abstract images:

Reality in different ways

- Representative: when an image looks a lot like its subject, then we talk about likeness
- Abstract style: when an image is quite different from its subject

The resources, techniques and medium used to create images, don't influence their degree of realism

Images from the mind:

Personal images from an artist's memory, emotion or imagination. They are based on their thoughts or inner reality

These images show a reality different from our intellectual involvement.

Symbolic images:

Images that represent ideas, concepts or more complex meanings. Symbolic images provide a direct link between an image and an idea: a dove represents peace, a cross symbolises Christianity, a flag its country…

Sometimes can happen that we create an image from an idea, for example, the use of emotions

Still or moving images:

The medium we use also decides the type of image. Still image: when it doesn't move (photography, painting, drawing…). Moving images: a sequence of images (tv, film, digital animation, multimedia presentations…)

Digital images:

These days, we can create images on a computer. These images can be still or moving. These images transmit different messages as well

INTERPRETING IMAGES

How to read an image

Visual communication is based on the use of images, but we need to know how to "read" these images in order to understand.

So, visual analysis is the interpretation and study of the shapes inside an image as well as the image itself. It has two steps:

- the objective analysis, and
- the subjective analysis

Objective analysis: involves looking at the visual elements, techniques and materials used that can represent a reality in many ways. We begin by looking only at what the image shows.

Subjective analysis: when we describe the meaning, theme or message suggested by the image: Subjectively, everyone interprets things in a different way, so people will often find different messages in the same image. It depends on the way it makes us fell when we analyse it, and even an image can have multiple meaning which we interpret depending on our society, culture or experience.

To analyse the meaning of an image, we can:

- catalogue or clasiffy all the figures, objects and shapes in the image
- Describe what these are like (their functions and characteristics) and what they communicate (their expressions, attitudes, ideas or feelings).

DESCRIBE TYPES AND COMPONENTS OF THE IMAGE

1. What kind of image is it?

- ☐ Visual
- ☐ Artistic
- ☐ Representative
- ☐ Abstract
- ☐ Images from the mind
- ☐ Symbolic
- ☐ Still
- ☐ Moving images
- ☐ Digital

2. Formal relationships

a) Shapes between then

- ☐ Unity
- ☐ Contrast
- ☐ Homogeneity

b) Shapes between background

- ☐ Opened
- ☐ Regular
- ☐ Positives

3. Types of shapes

- ☐ Opened
- ☐ Regular
- ☐ Positives
- Close ☐
- Irregular ☐
- ☐ Negatives

4. Objective interpretation

- ☐ Element´s description
- ☐ Material´s description
- ☐ Technique´s description

5. Subjective interpretation

- ☐ Element´s classification
- ☐ Characteristics
- ☐ Possible meaning

UNIT 1. Create a folder with cards (name, surname and course)

FIRST TASK

Choose three images from magazines. Stick each image in a different paper (put it into the frame or fit it). Title each image

Describe with words using the objective analysis and the subjective one.

Name, surname and course at the back

SECOND TASK

Make a composition of images that represent or talk about music, theatre, internet, cinema and tv. Use a 50x 70 card

Name of the group at the back

THIRD TASK

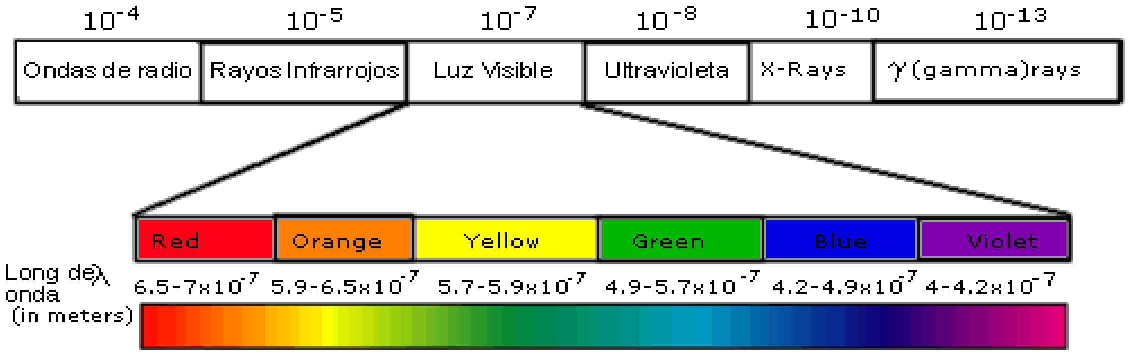
Make a composition of piece of papers that represent different effects of concentration, dispersal and superposition

UNIT 4. COLOUR

One of the most attractive sights in nature is the rainbow. We see rainbows when it rains because the white light of sun's rays goes through the raindrops and splits into seven colours. These are the seven colours of the rainbow: red, orange, yellow, green, blue, indigo, violet and these colours are called the colour spectrum

1.- HOW DO WE SEE COLOURS?

Colour Spectrum: the colours that we see with our sense of sight.



The colours of the rainbow are always seen in the same order: red, orange, yellow, green, blue, indigo and violet. In the colour spectrum happens the same, they have the same order: red at left (700 nanometres) finishing with violet at right (400 nanometres).

Coloured objects are only a visual impression. The colour is produced in our brain. All objects transmit a sense of colour because their surfaces absorb light and reflect the colours we see. This happens in all cases, it means that we can see and recognize colours in all objects around us because these objects absorb some colours and reflect others.

Absorption: when light shines on an object, the surface absorbs all or part of that light.

Reflection: the process of bouncing back of parts of light. The part of the white light that is not absorbed by the surface bounces off the object, changes direction and this produces the sensation of colour. So, all objects have a colour determinated by the light colour they absorb or reflect.

Examples

- A white object looks white because it does not absorb any light but reflects all parts of white light.
- An object looks black because it does not reflect any light and absorbs all parts of the white light.
- When we see a red surface, it is because all parts of the white light are absorbed except red, which is reflected.
- In cold climates the houses are made of dark materials in order to absorb the sun's light and heat.
- In hot climates houses are painted white in order to reflect the sun's white light and the heat that the sun produces.

If we design brochures, logos, Web sites… it is helpful to keep in mind how the eye and the mind perceive certain colors and the color meanings we associate with each color.

2.- LIGHT COLOURS AND PIGMENT COLOURS

It is very important to know that there are to ways to recognize colours. On one hand we have Light colours (or coloured lights) and on the other hand we have pigments colours. Both ways have primary and secondary colours at the same time.

- Light Colours -

There are two ways to get light colours: separating white light (with a prism) or using lights with coloured filters, for instance, a torch. A filter is a coloured, transparent film or screen.

Some colours are more important than others because we can obtain all other colours by mixing them together. These are called the primary colours. If we can separate white light into the colour spectrum, we can also reverse the process. White light is a mixture of all coloured lights. However, we don' t use all light colours in the rainbow to make white light.

Primary lights: there are three colours of light that are called primary lights because all other colours are obtained from them. These lights are blue, red and green. To get white light, we only need to mix these primary lights: red+ blue+ green= white.

Secondary lights: We can obtain secondary lights by mixing primary lights. Mixing two by two, we obtain three secondary lights

- Blue light+ green light= cyan light
- Blue light+ red light= magenta light
- Red light+ green light= yellow light

- Pigment colours-

All the paint colours that exist are made from coloured powder and a binder (agglutinant). A binder is a substance that makes the colour particles stick together, turning the coloured powder into a substance that provides colours. Depending on the type of binder we use, we can create different types of colouring tools: watercolours, crayons, pencils, pastels, felt pens…

These coloured powders are called pigments and they can absorb and reflect parts of white light.

Primary pigments: there are three colours that are called primary pigments: cyan, yellow and magenta. They are primary because we can get them by mixing other colours, and at the same time, all known colours can be obtained when these three are mixed.

Secondary pigments: When we mix two primary pigments, we obtain a secondary colour:

- Cyan+ yellow= green
- Magenta+ yellow= orange (or red)
- Magenta+ cyan= violet (or blue)
-

Third colours: we can obtain them mixing one primary colour to one secondary colour (that secondary can't contain the primary we are using first of all).

Complementary colours: are on opposite sides of the color wheel. For example, blue is a complementary colour to yellow. Green is complementary to purple and magenta. A pair of complementary colours printed side by side can sometimes cause a visual vibration (clash) making them a bit less desirable. However, separate them on the page with other colours and they can work together.

Warm colours: rev us up and get us going. The warmth of red, yellow, or orange can create excitement or even anger. Warm colors convey emotions from simple optimism to strong violence. The neutrals of black and brown also carry warm attributes. In nature, warm colors represent change as in the changing of the seasons or the eruption of a volcano. Tone down the strong emotions of a warm palette with some soothing cool or neutral colors or by using the lighter side of the warm palette such as pinks, pale yellows, and peach. Warm colors appear larger than cool colors so red can visually overpower blue even if used in equal amounts.

Cool colors: tend to have a calming effect. At one end of the spectrum they are cold, impersonal… colours. At the other end the cool colours are comforting and nurturing. Blue, green, and the neutrals white, gray, and silver are examples of cool colors. In nature, blue is water and green is plant life - a natural, life-sustaining duo. Combine blues and greens for natural, watery color palettes. If you want warmth with just a blue palette, choose deeper blues with a touch of red but not quite purple or almost black deep navy blues. Cool colors appear smaller than warm colors and they visually recede on the page so red can visually overpower and stand out over blue even if used in equal amounts.

Chromatic greys: we can create them using the three primary colours. It consists on mixing two primary (then a secondary has been created) + the other primary left. They are quite important to reflect specific feelings or ideas to tell

3. COLOURS RELATIONSHIPS

In addition to understanding color meanings, it helps with mixing and matching colors to know the relationship of adjacent, harmonizing and contrasting colours.

- **Adjacent** or **harmonizing:** On the colour wheel, colours that are next to one another are adjacent colors. These adjacent colours harmonize with one another. They work well together (but if they are too close in value they can appear washed out or not have enough contrast). For example green and yellow or purple and magenta.

Of course some color wheels may not show all the intermediate shades. A very basic 6 color wheels have yellow and red as adjacent colours but if you add another step then orange comes between them. The trio of red, orange, yellow may be considered a harmonizing trio.

- **Contrasting** colours are separated from each other by other colours of the colour wheel. The further apart, the more contrast. Red (from the warm half of the color wheel) contrasts with green and blue (from the cool half of the color wheel). Shades of purple contrast with shades of green. Contrasting colors that are directly opposite each other on the color wheel may be described as clashing colours. Despite the name, colors that clash are not always a bad combination if used carefully. They provide great contrast and high visibility.

4.- THE MEANING OF COLOURS

When we speak about the meaning of colours, it means that we are going to talk about the expressiveness of colour.

If we look at a landscape, you will see that the sky is blue; the mountain peaks are white, the treetops are green and their trunks are brown.

But if we look again carefully, we see that there are different colours of blue in the sky, the snow has different light tones that combine with darker shades and that the treetops have more than one colour: different shades of green, brown, gold, red…

When creating a landscape, we see that objects have many different colours. These variations in tone or shade depend on texture, light and the surrounding colours.

Artists use colour to represent shapes and transmit sensations. Sometimes they use very bright, happy colours and other times they use darker or paler shades to transmit a sense of sadness

The neutral colors of black, white, silver, gray, and brown make good backgrounds, serve to unify diverse color palettes, and also often stand alone as the only or primary focus of a design. Neutral colours help to put the focus on other colours or serve to tone down colors that might otherwise be overpowering on their own. To some extent blacks, browns, tans, golds, and beige colors are considered warm. While white, ivory, silver, and gray are somewhat cooler colours. Yet these warm and cool attributes are flexible and more subtle than that of reds or blues.

The colour red is always used to warm of danger or to prohibit us from doing something. For instance, we must stop at a red traffic light because it would be dangerous to go on.

The colour green gives us information often related to the environment. Green signs usually refer to a place or its flora; for example, when driving, a sign tell us the name of a new province we are entering. Green signs inform us of a wooded area. A green traffic light means there is no danger.

The colour blue tells us of a situation and also obliges us to do something. When we drive onto a motorway, a blue sign reminds us we must use a seatbelt. A blue and white pedestrian crossing indicates where pedestrians can cross the road, and makes drivers stop.

VOCABULARY

Sight: vista
Ray: rayo
Raindrop: gota de lluvia
Split:: partir, separarse
Colour Spectrum: Espectro de color
Nanometres: nanometros (nm)
Impression: impresión
To absorb: absorver
To reflect: reflejar
Absorption: absorción
To shine: brillar
To Bounce back: levantarse, recuperarse
Brochure: folleto
Certain: cierto
Primary colours: colores primarios
Secondary colours: colores secundarios
Prism: prisma
Filter: filtro
Torch: linterna
Screen: pantalla
To reverse: inverter
Mixture: mezcla
Powder: en polvo
Binder: carpeta
Agglutinant: aglutinante
Substance: sustancia
Particles: partículas
To stick: pegar
To provide: proporcionar, suministrar
Tools: herramientas
Third colours: colores terciarios
Complementary colours: colores complementarios
Opposite: opuesto, enfrente
Vibration: vibración
Clash: conflicto, choque
Desirable: atractivo, aconsejable
Complimentary: elogioso, halagüeño
Warm colours: colores cálidos
To rev up: acelerar
Warmth: calidez
Excitement: entusiamo

To convey: transmitir, expresar
Neutral: neutral
Attribute: atributo
Season: estación
To tone down: atenuar
Palette: paleta, gama
Soothing: relajante
Peach: melocotón
Overpower: dominar
Amount: cantidad
Cool colours: colores fríos
To tend: tender
Comforting: reconfortante
Nurturing: nutriendo
Life- sustaining: vida nutritiva (que se sostiene)
Watery: acuoso
To recede: retirarse
To stand out: sobresalir
Equal: igual
Adjacent: proximo
To harmonize: armonizar
Constrasting: opuesto
The further apart, the more contrast: cuanto más apartados, mayor contraste
Expressiveness: expresividad
Peak: cumbre, cima
Treetop: copa del árbol
Trunk: tronco
Shade: sombra
Surrounding: de alrededor
Paler: más pálido
To town down: atenuar
Otherwise: a parte de eso
Ivory: color marfil
Subtle: sutil, tenue
Enviroment: medio ambiente
Flora: flora
Province: provincia
To enter: entrar
Wooded: arbolado
To obligue: obligar
Remind: recordar
Seatbelt: cinturón

2º ESO

Cómo se suman y restan ángulos

Dados los ángulos $\hat{A}$ y $\hat{B}$ (fig. 29):

1. Con radio arbitrario y centros en *A* y *B* se trazan dos arcos que cortan a los lados de los ángulos en los puntos *D, E, F* y *G*.
2. Con el mismo radio y centro en un punto *C* arbitrario se traza un arco base que corta a la recta *r* en *H*. Con centro en *H* y radio *DE* se describe un arco que corta al arco base en *I*.
3. **Suma**. Con centro en *I* y radio *FG* se describe otro arco en el mismo sentido que el anterior, que corta al arco base en el punto *J* (fig. 29a).
4. **Resta**. Con centro en *I* y radio *FG* se describe otro arco en sentido contrario al anterior, que corta al arco base en el punto *J* (fig. 29b).
5. La recta *s* que une los puntos *C* y *J* forma con *r* el ángulo buscado en los dos casos.

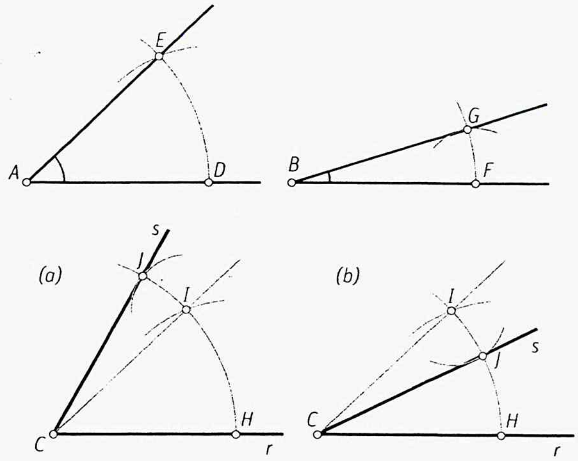


Figura 29

Cómo se traza la bisectriz de un ángulo

Dado un ángulo $\hat{A}$ formado por *r* y *s* (fig. 30):

1. Con centro en el vértice *A* y radio arbitrario se traza un arco que corta a *r* y *s* en los puntos *B* y *C*.
2. Con centros en *B* y *C* se trazan dos arcos arbitrarios de igual radio que se cortan en *D*. La recta *t* que une los puntos *A* y *D* es la bisectriz del ángulo.

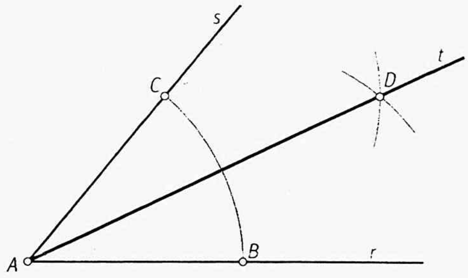


Figura 30

EJERCICIOS RESUELTOS

4 **Los extremos *r* y *s* de un abanico se han abierto hasta formar un ángulo de 150° (fig. 31). Dibuja la posición de las varillas intermedias sabiendo que el ángulo ha quedado dividido en dieciséis partes iguales.**

Solución:

1. Se traza la bisectriz *t* del ángulo que forman *r* y *s*.
2. Se trazan las bisectrices *m* y *n* de los ángulos que forman las rectas *r* y *t* por un lado y *s* y *t* por otro.
3. Se trazan las bisectrices *a, b, c* y *d* de los cuatro ángulos que forman las rectas *r, m, t, n* y *s*.
4. Por último, se trazan las bisectrices *e, f, g, h, i, j, k* y *l* de los ángulos que forman las rectas *r, a, m, b, t, c, n, d* y *s*.

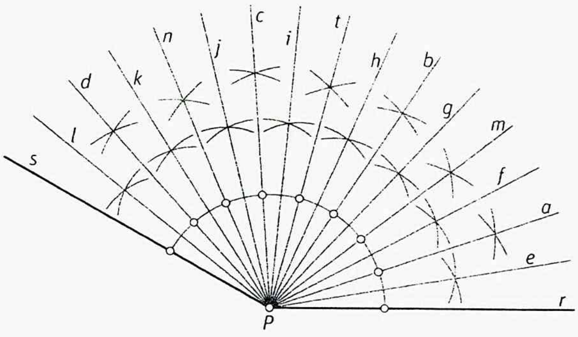


Figura 31

Cómo se traza la bisectriz del ángulo que forman dos rectas que se cortan fuera de los límites del dibujo

Dadas las rectas *r* y *s* (fig. 32):

1. Se traza una recta que corta a *r* y *s* en los puntos *A* y *B*.
2. Se trazan las bisectrices *a, b, c* y *d* de los ángulos que forman las rectas *r* y *s* con la recta *AB*.
3. Las bisectrices anteriores se cortan en los puntos *C* y *D*. La recta *t* que une estos puntos es la bisectriz buscada.

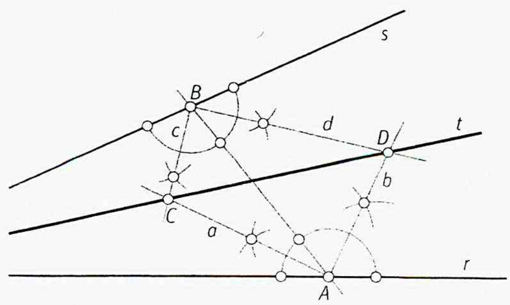


Figura 32

1

Cómo se traza la recta que pasa por un punto dado y que es concurrente con otras dos rectas dadas que se cortan fuera de los límites del dibujo

Dadas las rectas *r* y *s* y el punto *P* (fig. 33):

1. Se traza una recta que corta a *r* y *s* en los puntos *B* y *C*.
2. Se unen los puntos *B* y *C* con *P*, definiendo el triángulo *PBC*.
3. Se traza otra recta arbitraria paralela a la recta *BC*, que corta a *r* y *s* en *E* y *F*.
4. Por el punto *E* se traza una paralela a *PB* y por el punto *F* se traza una paralela a *PC*; ambas paralelas se cortan en *D*. La recta *t* que une *P* y *D* es la solución.

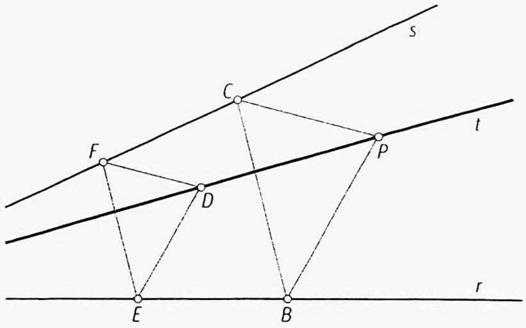


Figura 33

Cómo se divide un ángulo recto en tres partes iguales

Dadas las rectas *r* y *s* que forman 90° (fig. 34):

1. Con centro en el vértice *A* y radio arbitrario se traza un arco de circunferencia que corta a la recta *r* en *B* y a la recta *s* en *C*.
2. Con centros en *B* y *C* y el mismo radio, se trazan dos arcos que cortan al primero en *D* y en *E*.
3. Las rectas *AD* y *AE* dividen el ángulo recto en tres ángulos iguales.

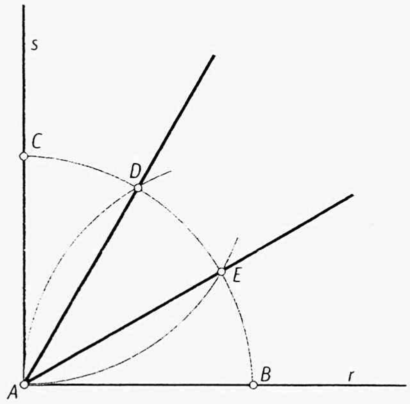


Figura 34

4.1. Ángulos mixtilíneos y curvilíneos

La bisectriz de un ángulo formado por una recta y una curva o por dos curvas es la línea que equidista de ambos elementos geométricos.

- **Ángulo rectilíneo**. Es el formado por dos líneas rectas.
- **Ángulo mixtilíneo**. Es el formado por una línea recta y una línea curva (fig. 35).
- **Ángulo curvilíneo**. Es el formado por dos líneas curvas; por ejemplo, dos arcos de circunferencia (fig. 36).

Cómo se construye la bisectriz de un ángulo mixtilíneo

Sea la recta *r* y el arco de centro *O* (fig. 35):

1. Por un punto *B* de la recta se traza una perpendicular; se llevan sobre ella divisiones iguales, y se trazan paralelas a *r*.
2. Por un punto *C* del arco se traza el radio; se llevan sobre él divisiones iguales a las anteriores, y se trazan arcos concéntricos.
3. Los puntos de intersección de la paralela *1* con el arco *1*, de la paralela *2* con el arco *2*, de la paralela *3* con el arco *3*, etc., determinan la bisectriz del ángulo mixtilíneo.

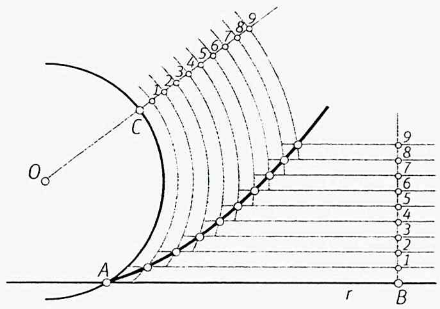


Figura 35

Cómo se construye la bisectriz de un ángulo curvilíneo

Sean los arcos de centros O_1 y O_2 (fig. 36):

1. Por los puntos arbitrarios *B* y *C* de los arcos se trazan sendos radios; se llevan sobre ellos divisiones iguales, y se trazan arcos concéntricos.
2. Los puntos de intersección de los arcos correspondientes determinan la bisectriz del ángulo curvilíneo.

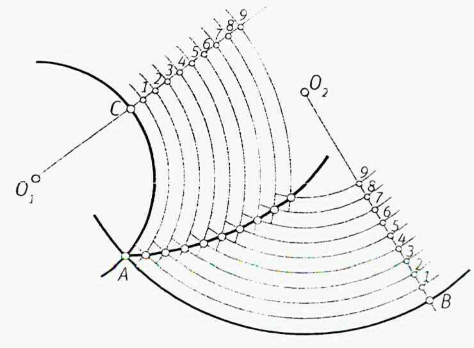


Figura 36

4.2. Otras construcciones de ángulos

Cuando no se dispone de un transportador de ángulos, es posible trazar ciertos ángulos con sencillas construcciones realizadas con otros instrumentos de dibujo.

- Cómo construir ángulos con el compás

Con un compás se pueden trazar los ángulos de 15°, 30°, 45°, 60°, 75° y 90°, así como los que se obtienen al sumar 90° a los anteriores: 105°, 120°, etc. (fig. 37).

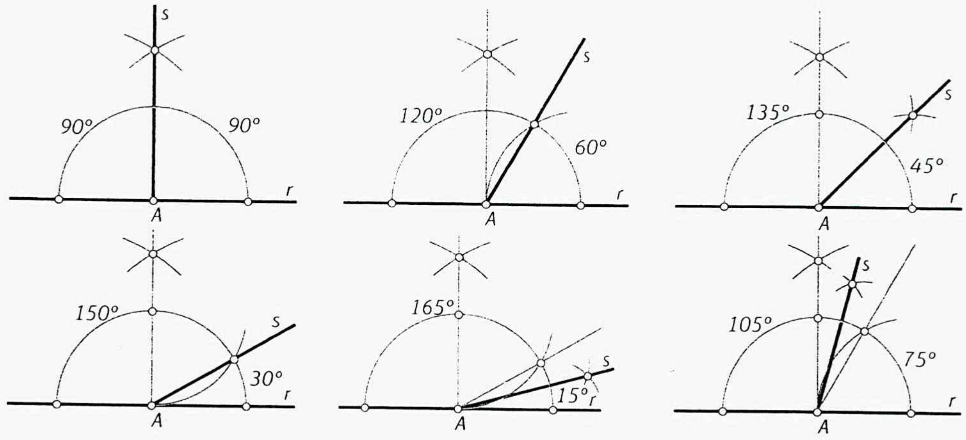


Figura 37

Cómo construir ángulos con la escuadra y el cartabón

Con el simple manejo de la escuadra y el cartabón también pueden obtenerse determinados ángulos (fig. 38).

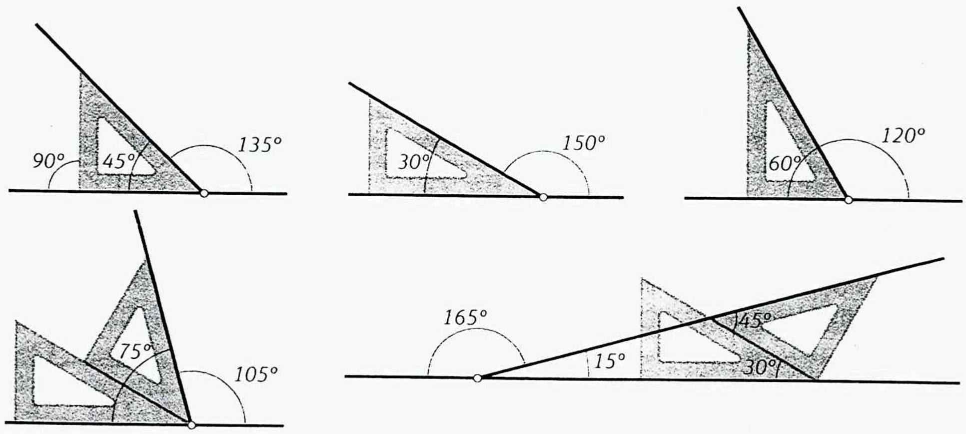


Figura 38

EJERCICIOS RESUELTOS

5 Dadas las rectas *r* y *s* y el punto *P* (fig. 39), halla los puntos *M* y *N* que están a 20 mm del punto *P* y que equidistan de las rectas *r* y *s*.

Solución:

1. Se traza la bisectriz *t* del ángulo que forman las rectas *r* y *s* dadas (fig. 39), lugar geométrico de los puntos que equidistan de *r* y *s*.
2. Con centro en *P* se traza la circunferencia de radio 20 mm, que corta a la recta *t* en los puntos *M* y *N*, soluciones del ejercicio.

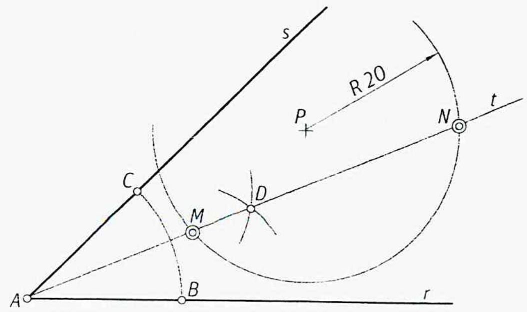


Figura 39

1 Triángulos

Hay un sinfín de ejemplos de triángulos a nuestro alrededor: las señales de tráfico (fig. 1), la escuadra y el cartabón con los que dibujamos, la punta de las flechas que hay pintadas en algunas calles, etc.

Un **triángulo** es una superficie plana limitada por tres rectas que se cortan dos a dos. Los puntos de intersección de las rectas se llaman **vértices**, y los segmentos comprendidos entre los vértices, **lados** del triángulo.

Los vértices se designan con letras mayúsculas latinas en sentido contrario a las agujas del reloj, y los lados con minúsculas, utilizando para ello la misma letra del vértice opuesto; por ejemplo, el lado *a* será el lado opuesto al vértice *A*.

Los triángulos se pueden clasificar atendiendo a sus lados o a sus ángulos. Según sus lados (fig. 2) se clasifican en:

- **Equilátero** (a). Triángulo con los tres lados iguales.
- **Isósceles** (b). Triángulo con dos lados iguales y el tercero distinto.
- **Escaleno** (c). Triángulo con los tres lados distintos.

Según sus ángulos (fig. 3) se clasifican en:

- **Rectángulo** (a). Triángulo con un ángulo recto (igual a 90°).
- **Acutángulo** (b). Triángulo con los tres ángulos agudos (inferiores a 90°).
- **Obtusángulo** (c). Triángulo con un ángulo obtuso (superior a 90°).

Las **rectas** y **puntos notables** de los triángulos son:

- **Altura.** Es la recta perpendicular trazada desde un vértice al lado opuesto. Un triángulo tiene tres alturas. Las tres alturas de un triángulo se cortan en un punto llamado **ortocentro** (fig. 4).
- **Mediana.** Es la recta que une un vértice con el punto medio del lado opuesto. Un triángulo tiene tres medianas. Las tres medianas de un triángulo se cortan en un punto que se llama **baricentro** (fig. 5). El baricentro de un triángulo es el centro de gravedad del mismo y está a una distancia de los vértices igual a dos tercios de la longitud total de la correspondiente mediana.
- **Mediatriz.** Es la recta perpendicular trazada por el punto medio de un lado. Un triángulo tiene tres mediatrices. Las tres mediatrices se cortan en un punto llamado **circuncentro** (fig. 6). Se llama así por ser el centro de la circunferencia circunscrita al triángulo. Equidista de los tres vértices.
- **Bisectriz**. Es la recta que divide uno de los ángulos en dos ángulos iguales. Un triángulo tiene tres bisectrices interiores. Las tres bisectrices interiores de un triángulo se cortan en un punto, llamado **incentro** (fig. 7). Se llama así por ser el centro de la circunferencia inscrita al triángulo.

Ten en cuenta

- La suma de los tres ángulos interiores de un triángulo vale 180°.
- Cada lado de un triángulo es menor que la suma de los otros dos, pero mayor que su diferencia.
- En un triángulo rectángulo la hipotenusa es mayor que cada uno de sus catetos.

Figura 1

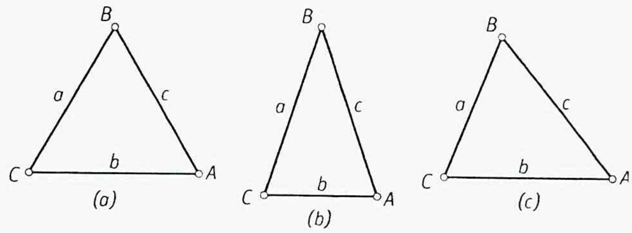


Figura 2

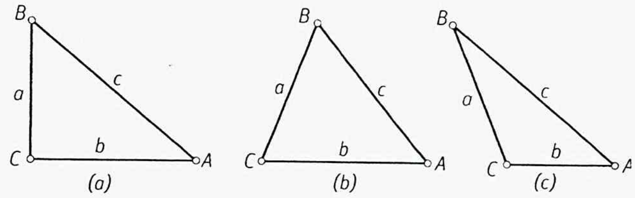


Figura 3

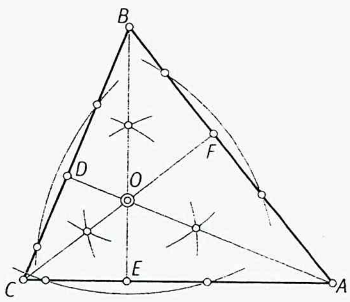


Figura 4

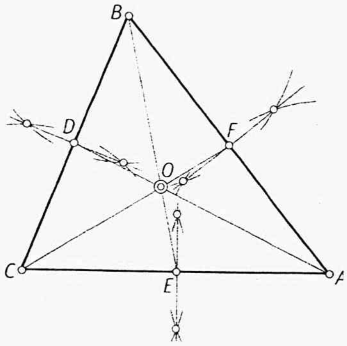


Figura 5

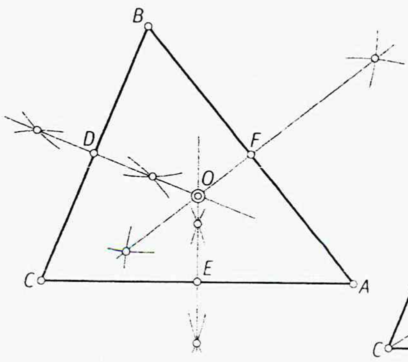


Figura 6

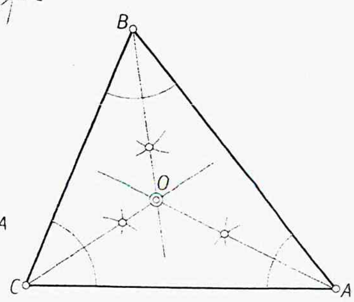


Figura 7

os **triángulos** y **rectas notables** del triángulo son:

Bisectrices exteriores. Las tres bisectrices exteriores de un riángulo se cortan en tres puntos (fig. 8), que en el ejemplo de la igura son los puntos *D*, *E* y *F*. Estos puntos son los centros de las ircunferencias **exinscritas** (inscritas por el exterior).

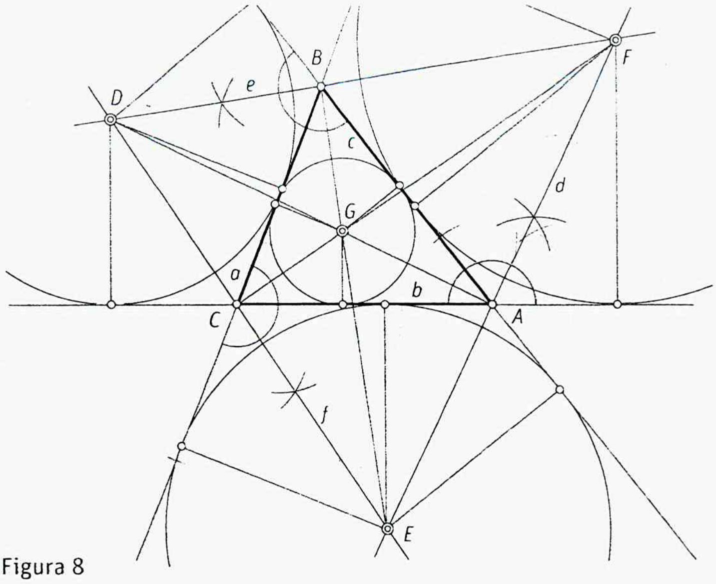


Figura 8

Ceviana. Es la línea que une un vértice con cualquier punto del lado opuesto (fig. 9).

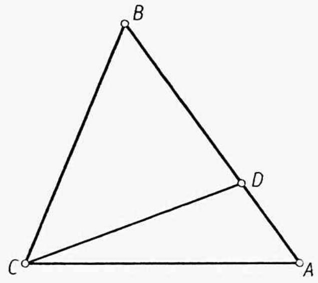


Figura 9

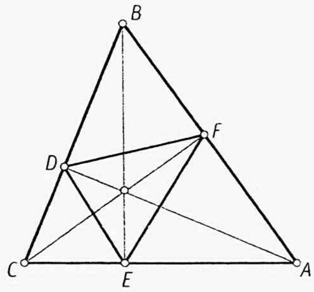


Figura 10

Triángulo órtico. Se llama así al triángulo cuyos vértices son los pies de las tres alturas de un triángulo (fig. 10).

Triángulo complementario. Es aquel cuyos vértices son los puntos medios de los tres lados de otro triángulo (fig. 11).

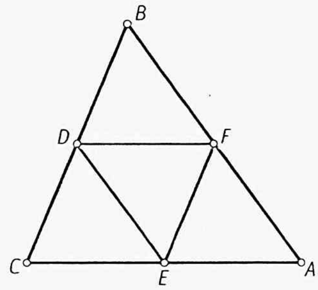


Figura 11

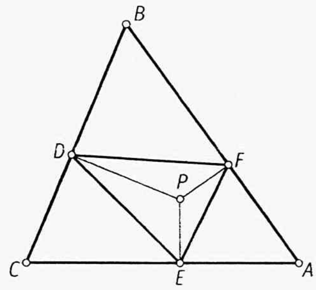


Figura 12

Triángulo podar. Se denomina triángulo podar de un triángulo dado, respecto de un punto *P*, al triángulo cuyos vértices son los pies de las perpendiculares a los lados trazadas desde el punto *P* (fig. 12).

EJERCICIOS RESUELTOS

1 Construye un triángulo rectángulo sabiendo que su altura sobre la hipotenusa vale 30 mm y que la proyección de uno de sus catetos sobre la hipotenusa vale 20 mm. Halla el incentro, el circuncentro, el baricentro y el ortocentro de dicho triángulo.

Solución:

1. Sobre una recta *r* cualquiera se sitúa el segmento *AD* = 20 mm (fig. 13).
2. Por el punto *D* se traza la perpendicular a la recta *r* y se traslada la distancia *DC* = 30 mm.
3. Se dibujan las mediatrices a los segmentos *AB* en el punto medio *E* y *BC* en su punto medio *F*.
4. **Ortocentro**, *C*: punto donde se cortan las alturas *AC*, *BC* y *CD*; **circuncentro**, *E*: punto donde se cortan las mediatrices; **baricentro**, *M*: punto donde se cortan las medianas *AF* y *CE*; **incentro**, *N*: punto donde se cortan las bisectrices *AN* y *BN*.

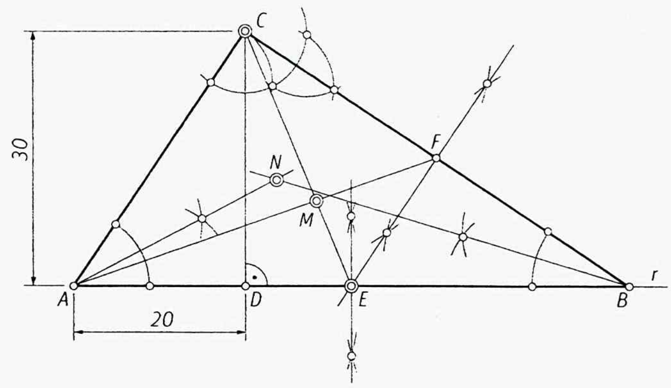


Figura 13

1 Proporcionalidad y sección áurea

Se llama **proporción** a la relación o correspondencia que hay entre dos magnitudes.

.1. Media proporcional entre dos segmentos

ean los segmentos $a = AB$ y $b = CD$. La media proporcional x a los egmentos a y b se expresa así:

$$\frac{a}{x} = \frac{x}{b}$$

Cómo construir la media proporcional

1. Sobre una recta r (fig. 1) se trasladan los segmentos $AB = a$ y $CD = b$ y, con centro en E, punto medio de AD, se traza la semicircunferencia de diámetro AD.
2. La perpendicular a la recta r trazada por B-C corta a la circunferencia en el punto F. El segmento $x = BF$ es la media proporcional entre AB y CD.

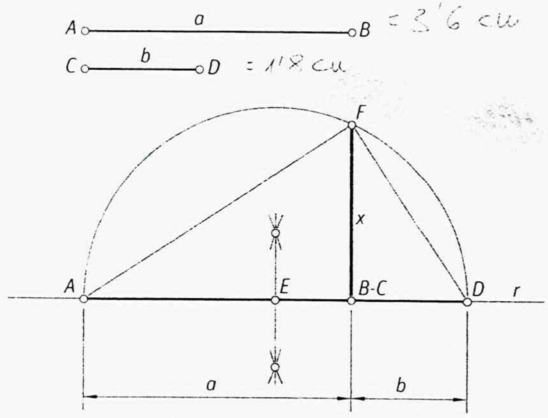


Figura 1

Teorema de la altura. En todo triángulo rectángulo la altura sobre la hipotenusa es media proporcional entre los segmentos en que queda dividida la hipotenusa.

ste teorema es la aplicación directa de la construcción de la media oporcional entre dos segmentos (fig. 1).

.2. Teorema del cateto

Teorema del cateto. En todo triángulo rectángulo un cateto es media proporcional entre la hipotenusa y la proyección de dicho cateto sobre ella.

ean los segmentos $a = AB$ y $b = CD$ (fig. 2):

$$\frac{a}{x} = \frac{x}{b}$$

Cómo representar gráficamente el teorema del cateto

1. Sobre una recta r se trasladan, a partir de un mismo punto A-C, los segmentos $AB = a$ y $CD = b$, y se dibuja la semicircunferencia de diámetro AB, el mayor de los dos segmentos.
2. Por el punto D se traza la perpendicular a la recta r hasta cortar a la semicircunferencia en el punto F. El segmento $x = AF$ es la media proporcional entre los dos segmentos dados.

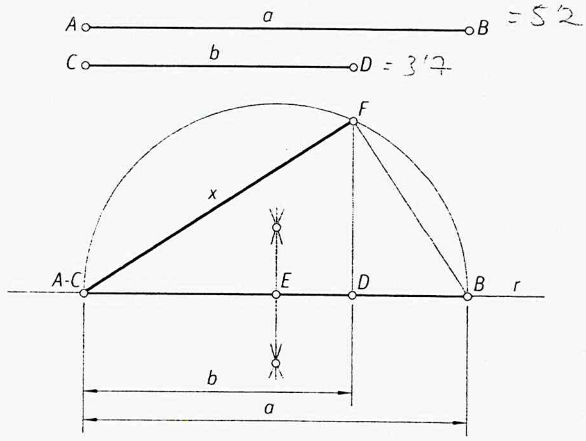


Figura 2

.3. Teorema de Tales

teorema de Tales, llamado así en memoria de Tales de Mileto 24-548 a. C.), es la base del estudio de la proporcionalidad:

Teorema del Tales. Si dos rectas r y s son cortadas por rectas paralelas, estas determinan en r y s segmentos proporcionales.

$$\frac{AB}{AE} = \frac{BC}{EF} = \frac{CD}{FG} = \frac{BD}{EG} = \dots$$ (fig. 3)

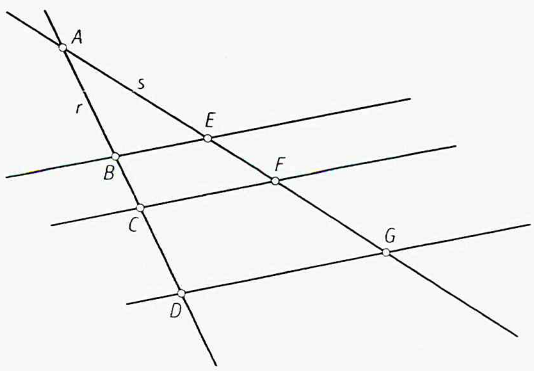


Figura 3

1.4. Tercera proporcional entre dos segmentos

Sean los segmentos $a = AB$ y $b = CD$. La **tercera proporcional** x a dos segmentos a y b se expresa así:

$$\frac{a}{b} = \frac{b}{x}$$

• Cómo construir la tercera proporcional a dos segmentos dados

1. Se trazan dos rectas r y s que se corten (fig. 4). A partir del punto A de intersección, se lleva AB sobre la recta r y CD sobre la recta s.
2. Con centro en A y radio AD se describe un arco que corta a la recta r en el punto E.
3. Por el punto E se traza la recta paralela a BD que corta a la recta s en el punto F. El segmento $AF = x$ es la tercera proporcional.

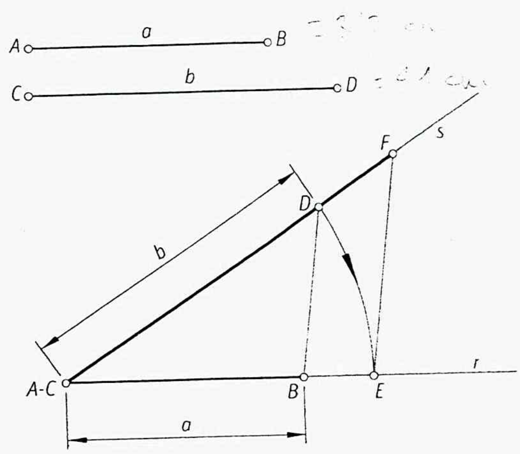


Figura 4

1.5. Cuarta proporcional a tres segmentos

Sean los segmentos $a = AB$, $b = CD$ y $c = EF$. La **cuarta proporcional** x a tres segmentos a, b y c se expresa así:

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{x}$$

• Cómo construir la cuarta proporcional a tres segmentos dados

1. Se trazan dos rectas r y s que se corten (fig. 5). A partir del punto A de intersección, se lleva AB sobre la recta r y CD sobre la recta s. Sobre la recta r y a continuación del segmento AB, se lleva el segmento EF.
2. Por el punto F se traza la recta paralela a BD que corta a la recta s en el punto G. El segmento $DG = x$ es la cuarta proporcional.

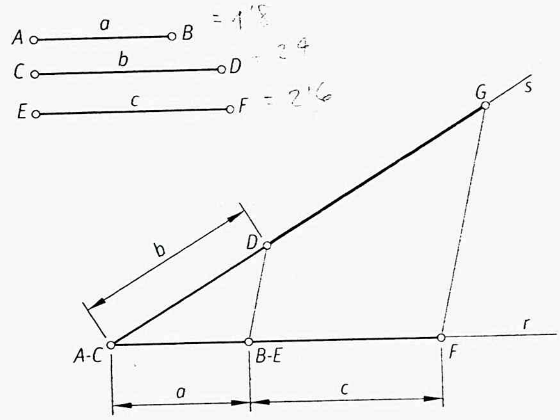


Figura 5

EJERCICIOS RESUELTOS

1 Dado el triángulo equilátero OAB de lado 20 mm y la circunferencia de centro O que pasa por A y B, dibuja una cuerda en la circunferencia de modo que quede dividida en tres partes iguales por los radios OA y OB.

Solución:

1. Sobre las prolongaciones de la cuerda AB (fig. 6) se trasladan las magnitudes $AC = BD = AB$.
2. Las rectas que unen los puntos C y D con el centro O cortan a la circunferencia en E y F.
3. La cuerda EF queda dividida en tres partes iguales por los radios OA y OB.

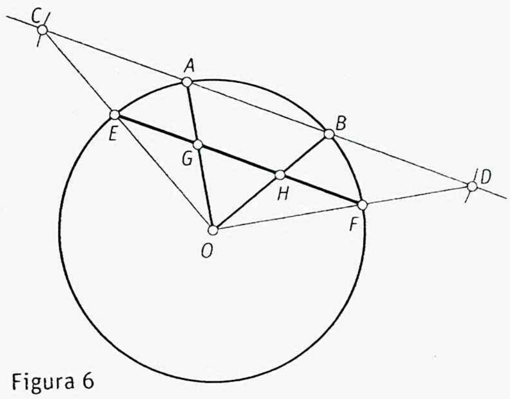


Figura 6

2 Dado el segmento $a = 39$ mm, halla el segmento b de manera que $a/b = 16$ mm.

Solución:

1. Se trazan dos rectas r y s cualesquiera (fig. 7).
2. Sobre la recta r se trasladan los siguientes segmentos: $AB = a/b = 16$ y $BC = a = 39$, y sobre la recta s se traslada el segmento $AD = 10$ mm.
3. Se unen los puntos B y D y por el punto C se traza la paralela CE a la recta BD. El segmento $DE = b$ es el resultado.

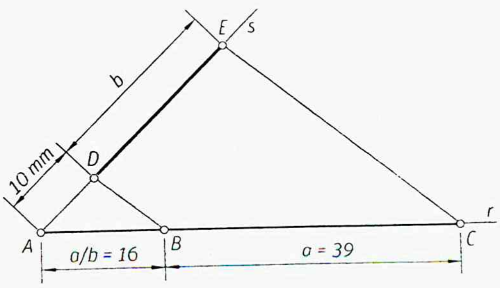


Figura 7

2 Cuadriláteros

La pantalla de un ordenador, una hoja de papel, la mayor parte de las mesas sobre las que trabajamos, los letreros de las carreteras (fig. 23), un campo de fútbol, etc., son ejemplos de figuras de cuatro lados.

Figura 23

Un **cuadrilátero** es una superficie plana limitada por cuatro rectas que se cortan dos o dos. Los puntos de intersección se llaman **vértices** y los segmentos entre los vértices, **lados**. Un cuadrilátero es un polígono de cuatro lados.

Como en los triángulos, los vértices de los cuadriláteros se designan con letras mayúsculas y sus lados con minúsculas. Se clasifican en tres tipos principales, **paralelogramos**, **trapecios** y **trapezoides**:

- **Paralelogramos** (fig. 24). Tienen sus lados paralelos dos a dos. A su vez se clasifican en:
  - **Cuadrado** (a). Los cuatro lados son iguales y los cuatro ángulos miden 90°. Las diagonales son iguales y perpendiculares entre sí; se cortan en su punto medio.
  - **Rectángulo** (b). Los lados opuestos son iguales entre sí y los cuatro ángulos miden 90°. Las diagonales son oblicuas y de igual longitud.
  - **Rombo** (c). Los cuatro lados son iguales y los ángulos opuestos miden lo mismo. Las diagonales son perpendiculares pero de distinta longitud.
  - **Romboide** (d). Los lados y ángulos opuestos son iguales entre sí. Las diagonales son desiguales y oblicuas.

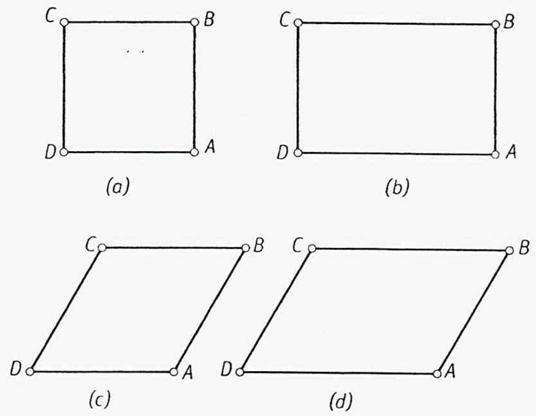


Figura 24

- **Trapecios** (fig. 25). Tienen solo dos lados paralelos, denominados bases. Pueden ser de tres tipos:
  - **Isósceles** (a). Los lados que no son las bases son iguales; también tiene los ángulos iguales dos a dos. Tiene un eje de simetría.
  - **Rectángulo** (b). Tiene un ángulo recto, luego la altura coincide con uno de sus lados.
  - **Escaleno** (c). Todos sus lados y ángulos son distintos.
- **Trapezoides** (fig. 25d). Son cuadriláteros sin lados paralelos.

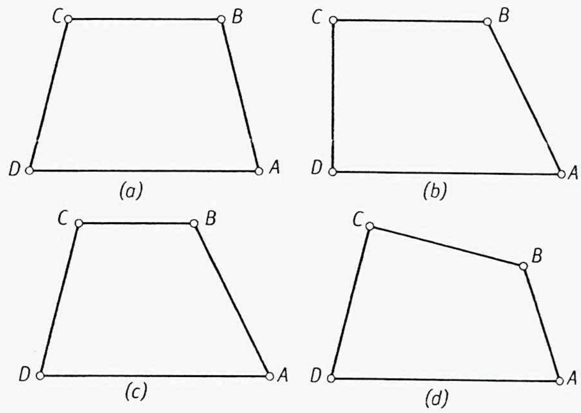


Figura 25

Ten en cuenta

La suma de los ángulos interiores de un cuadrilátero vale 360°.

Cómo construir un cuadrado conociendo el lado

Sea *AB* el lado (fig. 26):

1. Sobre un segmento *AB* igual al lado se traza la perpendicular por uno de sus extremos *A*. Sobre la perpendicular trazada, con radio igual al lado *AB* y centro en *A* se transporta la magnitud *AD* del lado.
2. Con centros en *B* y *D* se describen sendos arcos, que se cortan en el cuarto vértice, *C*.

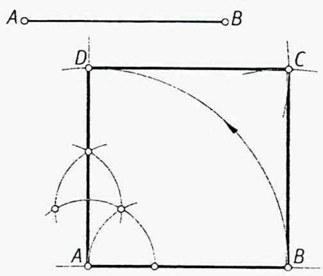


Figura 26

Cómo construir un cuadrado conociendo la diagonal

Sea *AC* la diagonal (fig. 27):

1. Con la diagonal *AC* como diámetro, se dibuja la circunferencia de centro *O*.
2. Se traza la mediatriz del segmento *AC*, que corta a la circunferencia en los otros dos vértices del cuadrado, *B* y *D*.

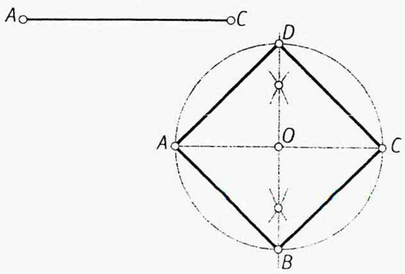


Figura 27

8

Cómo construir un rectángulo conociendo sus lados

Sean *AB* y *AD* los lados (fig. 28):

1. Por el extremo *A* del lado *AB* se traza la perpendicular al mismo, y sobre esta se traslada la magnitud del lado *AD*.
2. Con centro en el vértice *B* y radio igual al lado *AD* se traza un arco.
3. Con centro en el vértice *D* y radio igual al lado *AB* se traza otro arco, que corta al anterior en el punto *C*, cuarto vértice del rectángulo.

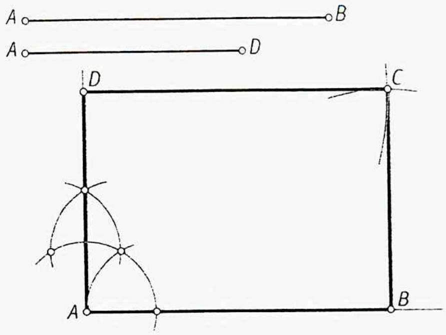


Figura 28

Cómo construir un rectángulo conociendo un lado y la diagonal

Sean *AD* el lado y *AC* la diagonal (fig. 29):

1. Con la diagonal *AC* como diámetro, se dibuja la circunferencia de centro *O*.
2. Haciendo centro en los puntos *A* y *C* y con radio igual al lado conocido, se trazan dos arcos de circunferencia en sentido contrario, que cortan a la circunferencia en los puntos *B* y *D*. Los puntos *A*, *B*, *C* y *D* son los vértices del rectángulo.

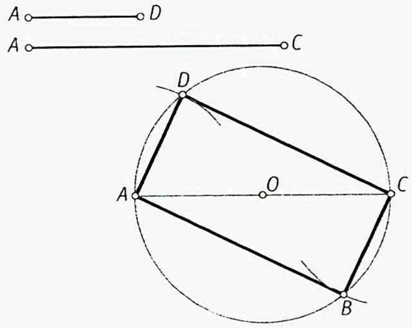


Figura 29

Cómo construir un rectángulo conociendo la suma de los lados desiguales y la diagonal

Sea *AE* un segmento igual a la suma de los lados y *AC* la diagonal (fig. 30):

1. Por el extremo *E* del segmento se traza la recta que forma 45° con dicho segmento.
2. Con centro en el otro extremo *A* y radio igual a la diagonal dada, se traza un arco, que corta a la recta anterior en el punto *C*.
3. Por el punto *C* se traza la perpendicular al segmento *AE*, que lo corta en el punto *B*.
4. Con centros en *A* y *C* y radios igual a *CB* y *AB* respectivamente, se trazan dos arcos, que se cortan en el punto *D*. Los puntos *A*, *B*, *C* y *D* son los vértices del rectángulo.

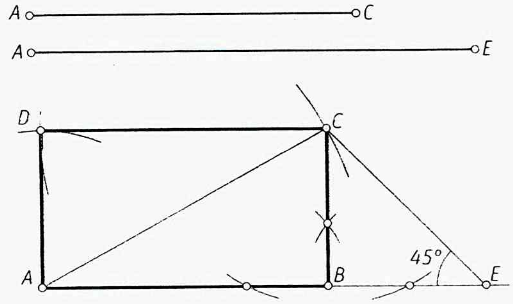


Figura 30

EJERCICIOS RESUELTOS

4 **Construye un rectángulo sabiendo que la suma de sus lados vale 55 mm y la diferencia vale 15 mm.**

Solución:

1. Sobre una recta *r* y a partir de un punto *A* (fig. 31) se traslada el segmento suma *AB* = 55 mm y el segmento diferencia *AC* = 15 mm.
2. Se traza la mediatriz del segmento *BC*, con lo que se obtiene el punto *D*, vértice del rectángulo.
3. Con centro en *D* y diámetro *BC* se traza la semicircunferencia que corta a la mediatriz anterior en el punto *E*, tercer vértice del rectángulo.
4. Con centros en *A* y *E* y radios igual a *DE* y *AD* respectivamente, se trazan dos arcos, que se cortan en el punto *F*. Los puntos *A*, *D*, *E* y *F* son los vértices del rectángulo.

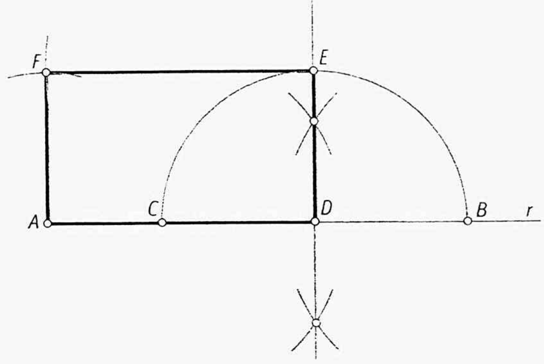


Figura 31

Cómo construir un rombo conociendo el lado y una diagonal

Sean AD el lado y AC la diagonal (fig. 32):

1. Con centros en los extremos A y C de la diagonal y radio igual al lado se describen cuatro arcos, que se cortan en los puntos B y D.
2. Los puntos A, B, C y D son los vértices del rombo.

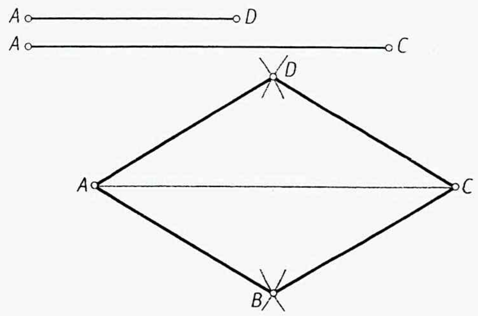


Figura 32

Cómo construir un rombo conociendo un ángulo y su diagonal

Sean AC la diagonal y φ el ángulo (fig. 33):

1. Se dibuja el ángulo φ conocido, de vértice A, y se traza la bisectriz del mismo.
2. A partir del punto A y sobre la bisectriz se lleva la magnitud AC de la diagonal conocida.
3. Por el punto C se trazan las paralelas a los lados del ángulo, que se cortan con estos en los puntos B y D, los otros dos vértices del rombo.

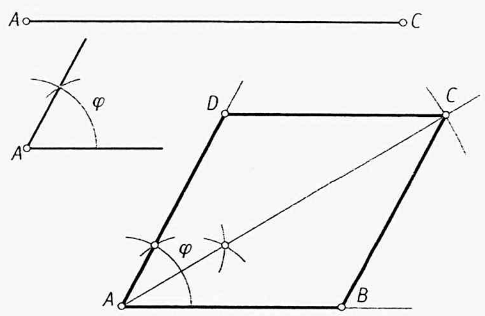


Figura 33

Cómo construir un romboide conociendo sus lados y un ángulo

Sean AD y AB los lados y φ el ángulo (fig. 34):

1. Se dibuja el ángulo φ conocido, de vértice A, y se transportan sobre cada lado las longitudes AB y AD, es decir, los lados conocidos del romboide.
2. Desde el punto B y con radio AD, se traza un arco; y desde el punto D y con radio AB se traza otro arco, que corta al anterior en el punto C, cuarto vértice del romboide.

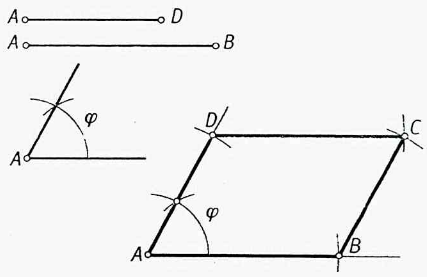


Figura 34

Cómo construir un romboide conociendo sus lados y la altura

Sean AD y AB los lados y BE la altura (fig. 35):

1. Se dibuja un segmento AB igual a uno de los lados conocidos.
2. Por el punto B se traza la perpendicular al mismo, y se transporta a partir de B la distancia BE, igual a la altura.
3. Por el punto E se traza la recta paralela al segmento AB.
4. Con centro en los puntos A y B y radio igual al otro lado conocido se trazan sendos arcos, que cortan a la paralela trazada por E en los puntos C y D, los otros dos vértices del romboide.

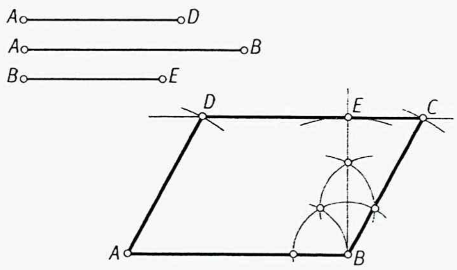


Figura 35

EJERCICIOS RESUELTOS

5 **Construye un rombo a partir del lado l = 30 mm y del ángulo φ = 60° que forman sus lados.**

Solución:

1. Se dibuja, con vértice en A, un ángulo de 60° (fig. 36).
2. Sobre cada uno de los lados del ángulo y a partir del vértice A se trasladan los segmentos AB = AD = 30 mm, con lo que se obtienen los vértices B y D.
3. Con centros en B y D se dibujan dos arcos de circunferencia de radio 30 mm, que se cortan en el punto C, cuarto vértice del rombo.

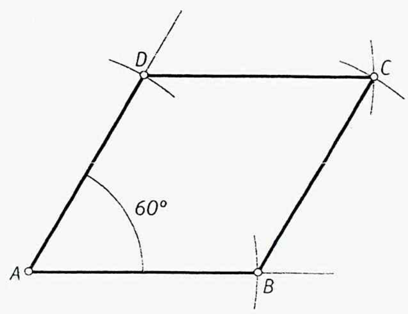


Figura 36

Cómo construir un trapecio escaleno conociendo los cuatro lados

Sean *DC*, *AD*, *BC* y *AB* los cuatro lados de un trapecio cuyas bases son *AB* y *CD* (fig. 37):

1. Se dibuja un segmento *AB* igual a uno de los lados conocidos.
2. A partir del punto *A* y sobre dicho segmento se traslada el segmento *AE* igual al lado *CD*, paralelo a *AB*.
3. Con centro en *E* y radio igual a uno de los lados laterales, por ejemplo *AD*, se describe un arco; con centro en *B* y radio igual al otro lado lateral, *BC*, se traza otro arco, que corta al anterior en el punto *C*.
4. Con centro en *A* y radio *AD* y con centro en *C* y radio *CD* se describen dos arcos, que se cortan en el cuarto vértice, *D*.

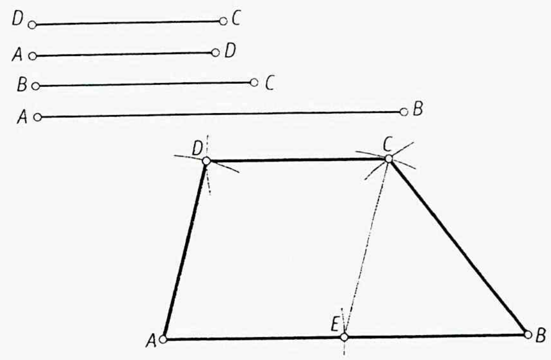


Figura 37

Cómo construir un trapecio escaleno conociendo sus bases y sus diagonales

Sean *AB* y *CD* las bases y *AC* y *BD* las diagonales (fig. 38):

1. Sobre una recta *r* cualquiera y a partir de un punto *A* se lleva el segmento *AB* igual a una de las bases. A partir del punto *B* se suma el segmento *BE* igual a la otra base.
2. Con centro en *A* y radio igual a la diagonal *AC* se traza un arco, y con centro en *E* y radio igual a la diagonal *BD* se traza otro arco, que corta al anterior en el punto *C*.
3. La intersección de la recta paralela a *AE* trazada por el punto *C* con el arco de centro *B* y radio *EC* es el vértice *D*.

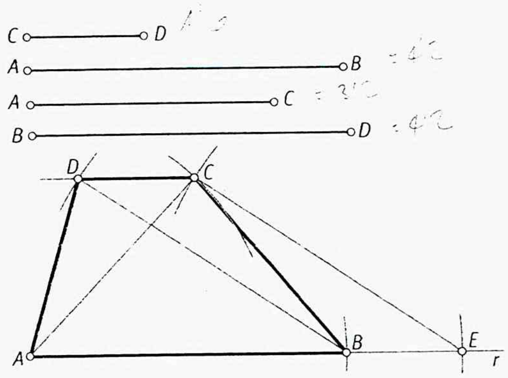


Figura 38

EJERCICIOS RESUELTOS

6 **Construye el trapecio rectángulo del que se conocen la base mayor *AB* = 50 mm, la altura *h* = 25 mm y la diagonal *AC* = 40 mm.**

Solución:

1. Situado el segmento *AB* = 50 mm (fig. 39), se traza por el extremo *A* de la recta *r* una perpendicular y se traslada a partir del punto *A* el segmento *AD* = 25 mm.
2. Por el punto *D* se traza la recta *s* paralela al lado *AB*.
3. Con centro en *A* y radio 40 mm se dibuja un arco de circunferencia, que corta a la recta *s* en el vértice *C*.

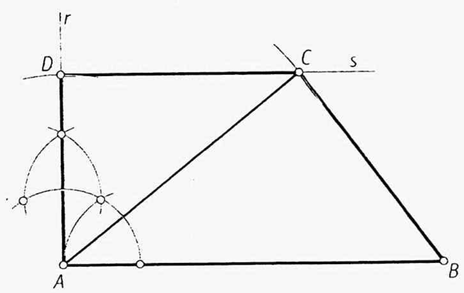


Figura 39

7 **Construye el trapecio isósceles del que se conocen la base mayor *AB* = 45 mm, la altura *h* = 25 mm y la diagonal *d* = 40 mm.**

Solución:

1. Situado el segmento *AB* = 45 mm (fig. 40), se traza la mediatriz *r*, que determina el punto medio *E*.
2. Sobre la recta *r* y a partir del punto *E* se traslada el segmento *EF* = 25 mm.
3. Por el punto *F* se dibuja la recta *s* paralela al lado *AB*.
4. Con centros en *A* y en *B* y radio 40 mm se trazan sendos arcos, que cortan a la recta *s* en los puntos *C* y *D*, con lo que se obtiene el trapecio *ABCD*.

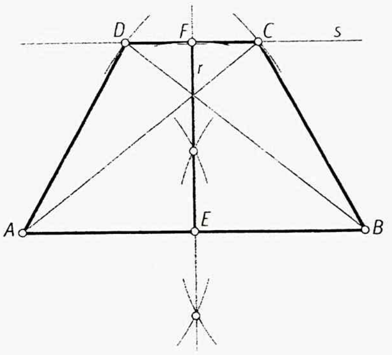


Figura 40

2 Igualdad

De forma genérica, dos elementos son iguales si tienen el mismo valor. El concepto de igualdad geométrica es equivalente al de igualdad matemática, por ejemplo: 3 + 2 = 5.

Dos figuras son **iguales** (fig. 14) cuando sus lados y sus ángulos son iguales y, además, están en el mismo orden.

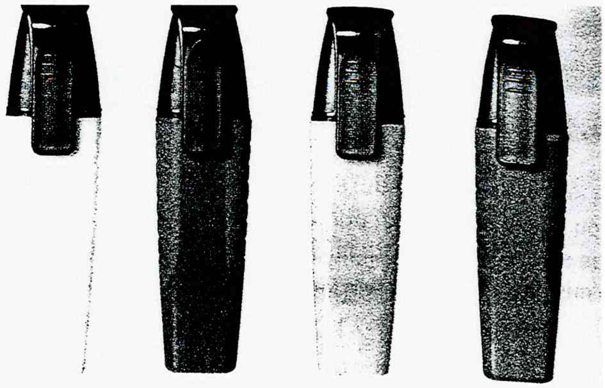


Figura 14

Cómo construir una figura igual a otra por copia de ángulos

Dado el polígono *ABCDE* (fig. 15):

1. Sobre una recta *r* cualquiera se toma un segmento $A'B' = AB$.
2. Con centro en el vértice B' se traza un ángulo igual al del vértice *B*, del siguiente modo:
   - Con centro en *B* se dibuja un arco que corta a los lados del ángulo en los puntos *F* y *G*; con centro en B' se dibuja otro arco del mismo radio que el anterior;
   - Con radio *FG* y centro en F' se traza un arco que corta al último en el punto G'; uniendo el punto G' con B' se obtiene el ángulo buscado.
3. Sobre el lado obtenido en el punto anterior se toma el segmento $B'C' = BC$.
4. Con centro en el punto C' se dibuja un ángulo igual al del vértice *C*, repitiendo la operación 2. De este modo se van construyendo sucesivamente los lados y los ángulos hasta cerrar el polígono.

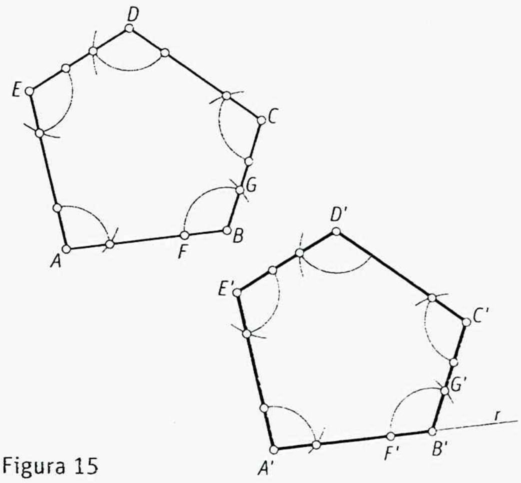


Figura 15

Cómo construir una figura igual a otra por coordenadas

Dado el polígono *ABCDE* (fig. 16):

1. Se dibujan dos ejes coordenados *X* e *Y* cualesquiera.
2. Se proyectan todos los vértices de la figura sobre el eje *X* (puntos A_x, B_x, C_x, etc.) y sobre el eje *Y* (puntos A_y, B_y, C_y, etc.).
3. Sobre dos nuevos ejes coordenados cualesquiera X' e Y' se llevan, desde el origen, las distancias $O'A'_x = OA_x$, $O'B'_x = OB_x$, $O'C'_x = OC_x$, etc., sobre el eje X', y $O'A'_y = OA_y$, $O'B'_y = OB_y$, $O'C'_y = OC_y$, etc., sobre el eje Y'.
4. Por los puntos hallados anteriormente se trazan perpendiculares a los ejes respectivos X' e Y', de forma que los puntos de intersección son los vértices del nuevo polígono $A'B'C'D'E'$.

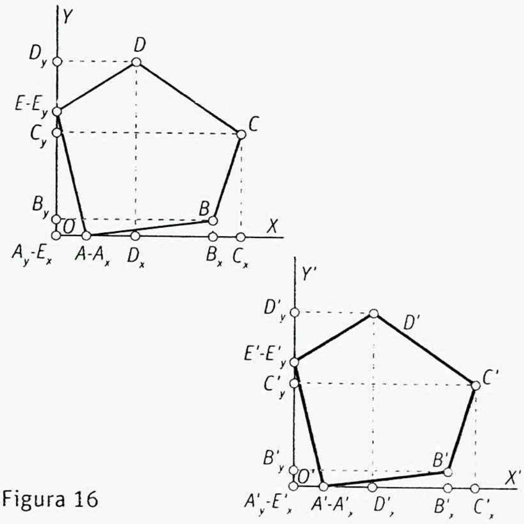


Figura 16

Cómo construir una figura igual a otra por radiación

Dado el polígono *ABCDE* (fig. 17):

1. Se elige un punto *O* cualquiera, dentro o fuera del polígono, y se une a continuación con todos y cada uno de los vértices.
2. Con centro en el punto *O* y radio arbitrario se traza una circunferencia cualquiera, y con centro en otro punto exterior O' se traza otra circunferencia de radio igual a la anterior.
3. Por copia de ángulos, se van trazando todas las rectas que parten del punto O'. Sobre cada uno de los rayos se llevan las distancias $O'A' = OA$, $O'B' = OB$, $O'C' = OC$, etc.

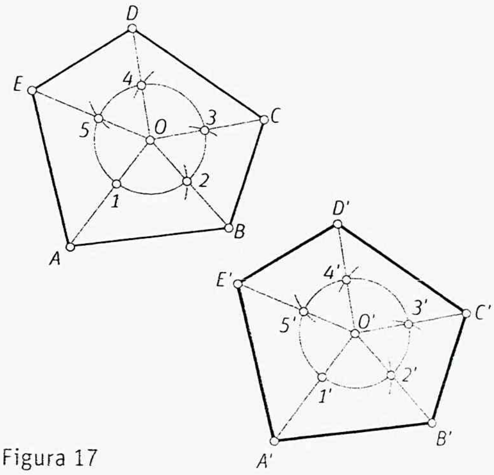


Figura 17

Cómo construir una figura igual a otra por triangulación

Este método es similar al anterior, salvo que en vez de elegir un punto cualquiera, se elige uno de los vértices del polígono *ABCDE* (fig. 18).

1. Se une un vértice, por ejemplo el *A*, con todos los demás vértices.
2. Por copia de triángulos, se van construyendo los triángulos *A'B'C'*, *A'C'D'* y *A'D'E'*, iguales a los triángulos *ABC*, *ACD* y *ADE* del polígono dado.

También se puede trazar una circunferencia de radio arbitrario con centro en *A* y, a continuación, aplicar el procedimiento anterior, por radiación.

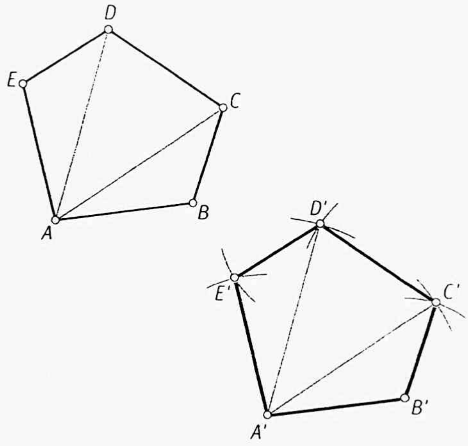


Figura 18

EJERCICIOS RESUELTOS

3 **Dibuja un triángulo isósceles, cuya base de 30 mm es la parte áurea del otro lado.**

Solución:

1. Se traza la mediatriz de la base *AB* = 30 mm para determinar su punto medio *C* y, a continuación, se traza la perpendicular por el extremo *B* (fig. 19).
2. Con centro en *B* se traza un arco que pasa por *C* y corta a la perpendicular en el punto *D*.
3. Con centro en *D* y radio *DB* se traza otro arco que corta a la prolongación de la recta *AD* en el punto *E*.
4. El segmento *AE* es el otro lado del triángulo isósceles. Por tanto, con radio *AE* y centros en *A* y en *B* se trazan dos arcos que se cortan en el punto *F*, que será el tercer vértice del triángulo.

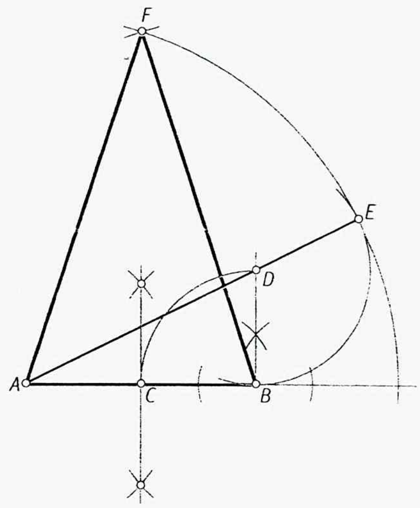


Figura 19

4 **Dada la pajarita y un punto *O* exterior a ella** (fig. 20), **construye por triangulación una figura igual conociendo el punto *O'* donde debe estar situada.**

Solución:

1. Se une el punto *O* con todos y cada uno de los vértices de la figura, trazando también por *D* una recta horizontal y por *O* una recta vertical que se cortan en el punto *M*.
2. Por el punto *O'* se traza la recta *O'M'* = *OM* (fig. 20) y por el punto *M'* se traza la recta horizontal *r* sobre la que se marcan los puntos *D'* y *E'* a partir del centro *O'*.
3. Por triangulación se construyen los triángulos *O'E'C'* y *O'C'A'*.
4. Con centro en *O'* se van trasladando las distancias *O'F'* y *O'G'* sobre la recta *E'C'*, *O'B'* sobre la recta *A'C'* y *O'J'* sobre la recta *A'E'*.

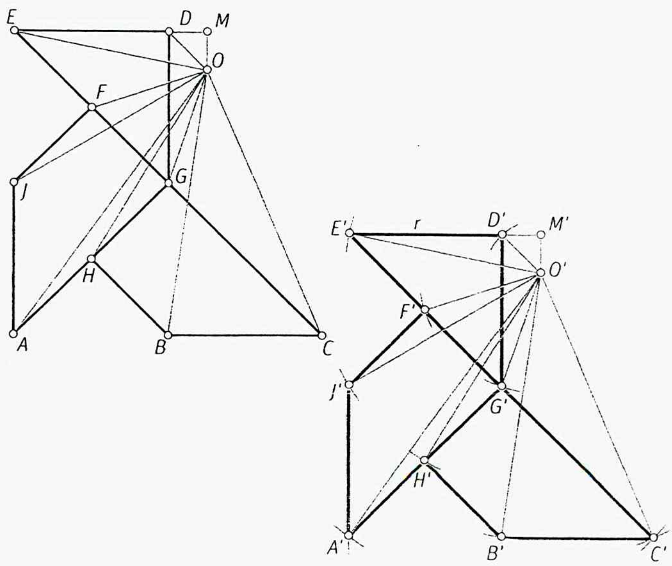


Figura 20

13

3 Semejanza

Dos figuras son **semejantes** cuando tienen sus ángulos iguales y sus lados proporcionales (fig. 21).

La proporcionalidad entre los lados, es decir, el cociente entre las magnitudes homólogas, se denomina **razón de semejanza**.

Figura 21

Cómo construir una figura directamente semejante a otra a partir de la razón de semejanza (por radiación)

Dado el polígono *ABCDE* (fig. 22), supongamos que la razón de semejanza es 2/3:

1. Se toma un punto arbitrario *O* y se une con todos los vértices del polígono dado. Uno de los segmentos así hallados, por ejemplo *OA*, se divide en tantas partes como indique el denominador de la razón de semejanza, en nuestro caso 3, y a partir del punto *O* se toman tantas partes como indique el numerador. El punto así hallado, *A'*, es el punto homólogo del *A*.
2. Por el punto *A'* se traza la paralela a la recta *AB* hasta cortar a la recta *OB* en el punto *B'*. Por el punto *B'* se traza la paralela a la recta *BC* hasta cortar a la recta *OC* en el punto *C'*, y así sucesivamente hasta cerrar el polígono.

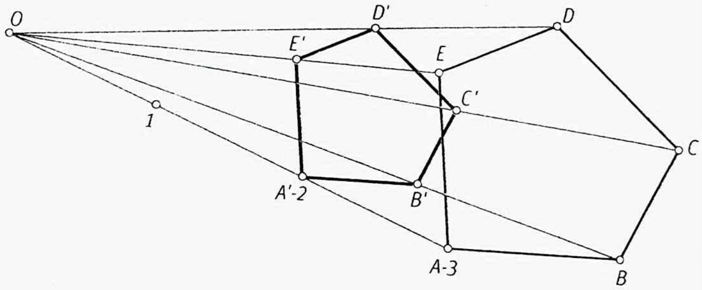


Figura 22

Cómo construir una figura directamente semejante a otra a partir de la razón de semejanza (por coordenadas)

Dado el polígono *ABCDE* (fig. 23), supongamos que la razón de semejanza es, como en el caso anterior, 2/3:

1. Se dibujan dos ejes coordenados *X* e *Y* cualesquiera y se proyectan los vértices de la figura sobre el eje *X* (puntos A_x, B_x, C_x, etc.) y sobre el eje *Y* (puntos A_y, B_y, C_y, etc.).
2. Sobre dos nuevos ejes coordenados *X'* e *Y'* se llevan, a partir de *O'*, las distancias $O'A'_x = (2/3)(OA_x)$, $O'B'_x = (2/3)(OB_x)$, $O'C'_x = (2/3)(OC_x)$, etc., sobre el eje *X'*, y $O'A'_y = (2/3)(OA_y)$, $O'B'_y = (2/3)(OB_y)$, etc., sobre el eje *Y'*.
3. Por los puntos hallados anteriormente se trazan perpendiculares a los ejes *X'* e *Y'*. Los puntos de intersección son los vértices del polígono *A'B'C'D'E'*, semejante al dado.

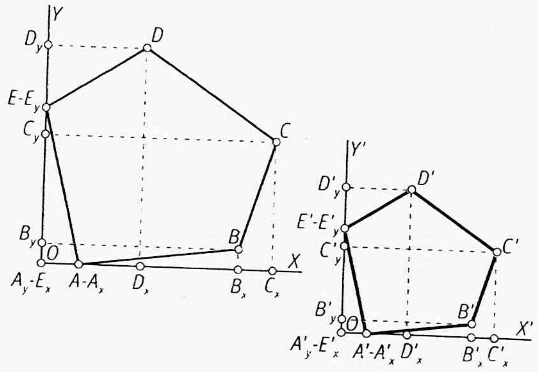


Figura 23

Cómo construir una figura inversamente semejante a otra

En este caso la razón de semejanza es negativa. Se actúa también "por radiación", salvo que las partes que indica el numerador se toman en sentido contrario a las partes del denominador (fig. 24).

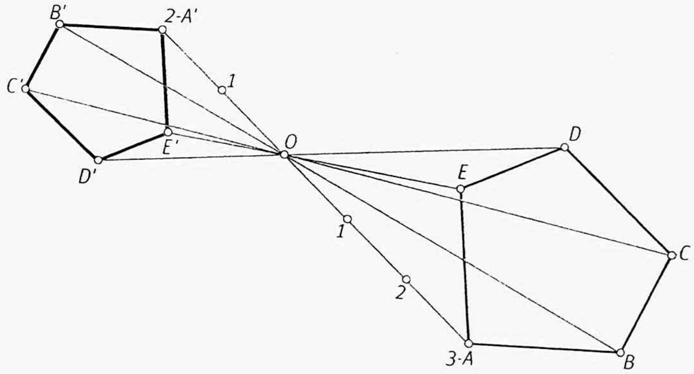


Figura 24

EJERCICIOS RESUELTOS

5 **Construye un polígono de lados proporcionales al heptágono regular dado y cuyo lado *A'B'* mida 18 mm.**

Solución:

1. Se sitúa *A'B'* paralelo al lado *AB* (fig. 25). Las rectas que unen los puntos *A* con *A'* y *B* con *B'* se cortan en el punto *P*, centro de semejanza.
2. La mediatriz del lado *A'B'* se corta con la recta *PO* en *O'*. Con centro en *O'* y radio *O'A'* se traza la circunferencia que contiene al heptágono regular pedido.

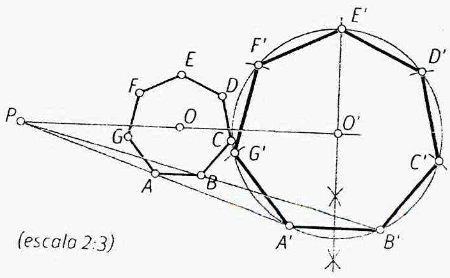


Figura 25